

Оценка качества обслуживания сложных технических устройств на основе информационного принципа Джейнса

А.И. Марон

кандидат технических наук, доцент кафедры бизнес-аналитики
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
Адрес: 101000, г. Москва, ул. Мясницкая, д. 20
E-mail: amaron@hse.ru

Аннотация

Информационный принцип (формализм) Джейнса, предложенный для решения задач статистической термодинамики, применен для решения задачи об оценке добросовестности исполнителя, осуществляющего восстановление технической системы методом замены элементов.

Постановка задачи выглядит следующим образом. Заказчик обладает значительным парком однотипных технических устройств (например, автомобилей), определенные элементы которых подлежат плановой замене. По договору замену в плановом порядке осуществляет исполнитель. Для замены могут использоваться запасные элементы трех типов: новые оригинальные, новые неоригинальные и восстановленные. В договоре указано, какой процент запасных элементов каждого типа можно использовать. Заказчику затруднительно каждый раз проверять, какой именно элемент установлен. Однако для элемента каждого типа можно рассчитать среднее время до наступления момента, когда потребуется очередная замена. Фактическое среднее время между требованиями о замене фиксируется заказчиком.

На основе этих данных с помощью информационного принципа Джейнса можно найти наиболее объективные вероятности использования исполнителем элементов различных типов. Сравнив эти вероятности с лимитами, указанными в договоре, заказчик делает вывод о добросовестности исполнителя и, в случае необходимости, принимает необходимые меры. В соответствии с принципом Джейнса, наиболее объективными являются вероятности, при которых энтропия по Шеннону достигает максимума при заданных ограничениях. Соответственно, задача их нахождения сводится к задаче нахождения экстремума нелинейной функции при заданных ограничениях. В работе эта задача сформулирована математически и решена для случая трех переменных с помощью метода множителей Лагранжа. Приведен расчет для реальной ситуации из практики автора.

Ключевые слова: техническое обслуживание, вероятность, энтропия, принцип Джейнса.

Цитирование: Maron A.I. Assessment of service quality for complex technical devices based on the Jaynes' information principle // Business Informatics. 2016. No. 4 (38). P. 47–51. DOI: 10.17323/1998-0663.2016.4.47.51.

Введение

Существует большое количество задач, связанныхся к необходимости определения вероятностей состояний, в которых находится система в настоящее время или находилась в прошлом, при том, что вычислить или статистически определить эти вероятности практически невозможно. Например, организация выполняет типовые строительные проекты. Каждый проект

состоит из определенных этапов (фаз) [1]. По завершении каждого этапа получается определенный результат, например, фундамент, стены и т.д. Задержка окончания этапа приводит к задержке окончания проекта. В компании всегда известно, на сколько задержан каждый проект и, как правило, известны причины задержек. Однако этих данных недостаточно для того, чтобы, начиная новый проект, на основании статистики определить отно-

сительные вероятности задержек на различных этапах. Основной причиной здесь является не столько недостоверность сведений о том, что же в действительности помешало завершению проекта в срок, а то, что частота сходится к вероятности достаточно медленно. Даже в случае типовых проектов их количество обычно недостаточно для обоснованного вывода [2].

Другой пример – железнодорожный транспорт, где большое внимание уделяется вопросам повышения надежности и безопасности объектов инфраструктуры, непосредственно связанных с технологическим процессом перевозки грузов и пассажиров. Среди объектов инфраструктуры важнейшую роль играют устройства автоматики и телемеханики, которые называют устройствами СЦБ (сигнализация, централизация, блокировка). Отказы устройств СЦБ фиксируются и расследуются, особенно если они вызвали задержку поездов, не говоря уже об опасных отказах, которые привели или могли привести к крушению [3]. Всегда определяется служба, по вине сотрудников которой произошел отказ. При этом возникают неизбежные разногласия, существенно влияющие на достоверность выводов. Поэтому достоверно определить относительные вероятности причин отказов на основании официальной статистики крайне затруднительно.

Приведенные примеры показывают, что основными факторами, часто делающими невозможным статистическое определение состояний технических и организационных систем, являются недостаточность и недостоверность данных.

1. Информационный принцип Джейнса и его возможности

Определение наиболее вероятных энергетических состояний является одной из важнейших задач статистической термодинамики. Дж. Гиббсом было получено распределение вероятностей нахождения системы в равновесном энергетическом состоянии [4, 5]. Оно получило название «каноническое распределение Гиббса» и, по мнению Р. Фейнмана, является «вершиной статистической механики» [5]. Однако подход Гиббса исключительно сложен. Э.Т. Джейнс предложил другой подход, основанный на максимизации энтропии по Шенону [6]. Связь энтропии Шенона и энтропии Больцмана, широко используемой при решении задач термодинамики, подробно рассмотрена в работах [5, 7].

Идея Э.Т. Джейнса состоит в следующем. Пусть имеется система, состояния которой невозможно вычислить или измерить в результате эксперимента. Однако каждое состояние имеет определенное измеряемое проявление, значение которого в среднем известно (может быть определено), а средний результат этих проявлений известен из статистических данных. Тогда наиболее объективными являются вероятности состояний, при которых достигается максимум энтропии Шенона при ограничениях, накладываемых данными о средних проявлениях состояний.

Поясним принцип Джейнса на рассмотренных выше примерах. Начнем с рассмотрения ситуации с типовыми строительными проектами. На основе сетевого графика можно рассчитать, насколько задержка выполнения каждой фазы увеличит время выполнения проекта. Обычно такие расчеты проводятся, нередко с использованием PERT-анализа, а иногда и с применением методов имитационного моделирования [8, 9]. Допустим, что в проекте имеется n фаз, и типовая задержка фазы i приведет к задержке проекта на время T_i . Установлено, что средняя задержка проектов в компании составила T . Для достоверного статистического определения среднего требуется на порядок меньше данных, чем для определения вероятностей. Обозначим вероятность задержки фазы i через p_i . Тогда можно записать, что сумма n произведений p_i на T_i равна T . Это ограничение, при котором надо найти распределение вероятностей, обеспечивающее максимум энтропии по Шенону.

Аналогично можно свести нахождение распределение вероятностей отказов устройств СЦБ по вине конкретных служб к задаче максимизации энтропии по Шенону при заданных средних значениях последствий. Последствиями могут быть задержки поездов, измеряемые в часах, или длительность восстановления (эти данные всегда фиксируются на железных дорогах). Знание вероятностей нежелательных состояний, имевших место в прошлом, дает возможность сосредоточить силы и средства для уменьшения в будущем вероятностей состояний, имеющих наиболее тяжелые последствия.

2. Содержательная постановка задачи оценки качества восстановления технических устройств

Приведем содержательную постановку задачи оценки качества выполнения работ по восстановлению технических устройств для случая, когда

восстановление осуществляется методом замены элементов. Организация имеет парк, состоящий из значительного количества однотипных технических устройств. Каждое устройство состоит из определенного числа элементов, среди которых есть элемент, изнашиваемый в процессе эксплуатации. Его износ проявляется в ухудшении определенного параметра системы, значение которого может быть измерено. По достижении определенного значения этого параметра изношенный элемент должен быть заменен на исправный запасной элемент. Такой порядок технического обслуживания позволяет уменьшить вероятность внезапного отказа устройства [10]. Для выполнения замен элементов организация, которую в дальнейшем будем называть Заказчиком, заключает договор со специализированной организацией, которую в дальнейшем будем называть Исполнителем. Для замены могут использоваться запасные элементы трех типов: новые оригинальные, новые неоригинальные и восстановленные. В договоре указано, какой процент запасных элементов каждого типа можно использовать. Заказчику затруднительно каждый раз проверять, какой именно запасной элемент установлен. Вместе с тем он фиксирует время между требованиями на замену изнашиваемого элемента для каждого устройства, обслуженного Исполнителем и, соответственно, знает среднее время между требованиями на замену.

Заказчик желает знать, насколько добросовестно Исполнитель выполняет договор, в частности, не превышаются ли установленные лимиты на использование неоригинальных и восстановленных элементов.

3. Математическая постановка задачи оценки качества восстановления технических устройств

Математическая постановка задачи выглядит следующим образом. Определенный элемент технического устройства многократно заменяется на исправный запасной. При этом используются три типа элементов: новые оригинальные, новые неоригинальные и восстановленные.

При замене отказавшего элемента на новый оригинальный, новый неоригинальный и восстановленный среднее время до следующей замены составляет соответственно t_1 , t_2 и t_3 . Фактическое среднее время между заменами составляет T .

Требуется определить, какую долю от общего числа замен составляют замены на новые оригинальные, новые неоригинальные и восстановлен-

ные запасные элементы, после чего сравнить их с лимитами, установленными в договоре.

4. Решение задачи с использованием принципа Джейнса

Искомыми величинами являются вероятности перехода отказавшего элемента в следующие состояния: «заменен на оригинальный запасной элемент» (запасной элемент первого класса), «заменен на неоригинальный запасной элемент» (запасной элемент второго класса) и «заменен на восстановленный запасной элемент» (запасной элемент третьего класса). Обозначим эти вероятности через p_1 , p_2 и p_3 в порядке перечисления, сделанного выше. Тогда известное среднее время между заменами можно выразить через средние значения времени между заменами при использовании запасных элементов первого, второго и третьего классов следующим образом:

$$T = p_1 \cdot t_1 + p_2 \cdot t_2 + p_3 \cdot t_3. \quad (1)$$

При этом

$$p_1 + p_2 + p_3 = 1. \quad (2)$$

В соответствии с принципом Джейнса, наиболее объективными являются вероятности состояний элемента, при которых с учетом соотношений (1) и (2) достигается максимум энтропии по Шенону:

$$H(p_1, p_2, p_3) = -p_1 \cdot \ln p_1 - p_2 \cdot \ln p_2 - p_3 \cdot \ln p_3 \rightarrow \max. \quad (3)$$

Для нахождения максимума нелинейной функции (3) при ограничениях (1) и (2) применим метод множителей Лагранжа. Проведя необходимые преобразования, позволяющие исключить неопределенные множители Лагранжа, получим, что нахождение искомых величин сводится к решению системы, состоящей из (1), (2) и уравнения

$$p_1^{t_2-t_3} \cdot p_2^{t_3-t_1} \cdot p_3^{t_1-t_2} = 1. \quad (4)$$

Система уравнений (1), (2) и (4) может быть решена численно, в том числе с помощью методов, включенных в пакет Mathcad Prime. После того, как искомые значения вероятностей найдены, их можно сравнить с допустимыми значениями, указанными в договоре, и судить о том, является ли расхождение существенным.

5. Пример расчета

Полученные результаты прошли апробацию на практике, что позволяет привести пример расчетов

с реальными данными, не раскрывая при этом названия конкретных организаций, являющихся Заказчиком и Исполнителем.

Заказчик обладает парком из сорока специальных машин, применяемых для строительства железных дорог. В каждой машине есть существенный элемент, подверженный механическому износу в процессе эксплуатации. Для такого элемента характерны постепенные отказы, моделью которых не является экспоненциальное распределение наработки на отказ с постоянной интенсивностью. Есть возможность снизить вероятность внезапного отказа элемента, заменив его на заведомо исправный запасной. Из двух возможных вариантов замены (по состоянию и по отработанному времени) выбран первый вариант, поскольку состояние элемента проявляется в виде ухудшения легко измеряемого параметра машины. Для осуществления замен заключен договор со специализированной ремонтной организацией – Исполнителем. В договоре указано, что допускается использование неоригинальных запасных элементов не более, чем в 15% замен, а восстановленных – не более, чем в 5% замен. Допущение замен на неоригинальные и восстановленные элементы объясняется высокой стоимостью оригинальных элементов. Исполнителю невыгодно держать слишком большой запас таких элементов, а Заказчик не желает ждать их доставки под заказ, поскольку для него длительный простой строительных машин крайне нежелателен. В то же время, уступка является ограниченной: доля использованных оригинальных запасных элементов должна составлять не менее 80%. При замене на оригинальный запасной элемент время до следующей замены составляет в среднем 12 месяцев, при замене на неоригинальный элемент – 8 месяцев, а при замене на восстановленный элемент – 4 месяца.

За два года эксплуатации парка машин после заключения договора было установлено, что среднее время между заменами изнашиваемого элемента составляет 10,25 месяца. Заказчик решил оценить, насколько добросовестно Исполнитель соблюдает лимиты на использование неоригинальных и восстановленных запасных элементов.

Были проведены расчеты по рассмотренной выше методике. При этом применялся пакет Mathcad Prime 3.1, лицензию на использование которого специально приобрел Заказчик. В результате были получены следующие значения вероятностей использования запасных элементов первого, второго и третьего типов: $p_1 = 0.66$; $p_2 = 0.25$; $p_3 = 0.09$.

На основании этого Заказчиком был сделан вывод, что лимиты не соблюдаются. Исполнителю была предъявлена претензия, с которой он согласился и пообещал не допускать в дальнейшем таких отклонений.

Отметим, что при точном соблюдении граничных значений лимитов среднее время T_o в соответствии с (1) должно было составить 11 месяцев. То, что в действительности это время составило 10,25 месяца, не позволяло Заказчику предъявить Исполнителю убедительные претензии. Оставалось сомнение, не укладывается ли отклонение в допустимые пределы. Расчет наиболее правдоподобных значений вероятностей использования различных типов запасных элементов практически снял этот вопрос.

Отметим еще один интересный факт. При найденных значениях вероятностей p_1 , p_2 и p_3 энтропия (3) равна 0,844 нат. Для указанных выше временных значений это максимально возможное значение энтропии при ограничении (1). Возникает вопрос: при каком значении T достигается максимально возможное значение энтропии для случая трех возможных состояний замененного элемента? Известно, что при заданном числе возможных состояний объекта энтропия случайной величины «номер состояния» достигает абсолютного максимума, когда вероятности различных состояний объекта одинаковы. В нашем случае максимально возможное значение энтропии $H_3 = \ln 3 = 1.1$ нат. Оно будет достигнуто при T_3 , равном среднему значению времени между заменами для запасных элементов различных типов. Для приведенных данных T_3 составляет 8 месяцев. При этом получим: $p_1 = p_2 = p_3 = 0.33(3)$.

Заключение

Для многих реально существующих организационных и технических систем актуальна задача определения вероятностей их нахождения в возможных состояниях при том, что определить эти величины классическими статистическими методами невозможно из-за недостаточного количества имеющихся данных или их низкой достоверности. Информационный принцип Джейнса определения наиболее объективных вероятностей состояний сложной системы по их проявлениям во многих случаях помогает решить такую задачу. При его применении количество требуемых статистических данных уменьшается на порядок, поскольку с их помощью определяются не сами вероятности, а средние значения параметров, характерных для различных со-

стояний исследуемой системы. На основании этих средних искомые вероятности определяются расчетным путем.

В представленной работе с помощью информационного принципа Джейнса решена задача оценки добросовестности исполнителя работ по за-

мене элементов технических устройств. Получена система уравнений для нахождения вероятностей того, что при замене использовались оригинальные, неоригинальные и восстановленные запасные элементы. Практическое применение показало высокую достоверность получаемых результатов и их практическую полезность. ■

Литература

1. Ципес Г.Л., Товб А.С. Проекты и управление проектами в современных компаниях. М.: Олимп-Бизнес, 2009. 480 с.
2. Босс В. Лекции по математике. Вероятность. Информация. Статистика. М.: ЛЕНАНД, 2015. 224 с.
3. Лисенков В.М. Статистическая теория безопасности движения поездов. М: ВИНИТИ РАН, 1999. 332 с.
4. Лавенда Б. Статистическая физика. Вероятностный подход / Пер. с англ. М.: Мир, 1999. 432 с.
5. Марон В.И. Статистические модели на основе информационного подхода Джейнса. М.: Макс Пресс, 2011. 156 с.
6. Jaynes E.T. Probability theory: The logic of science. Cambridge: Cambridge University Press, 2003. 727 р.
7. Чернавский Д.С. Синергетика и информация. Динамическая теория информации. М.: Либроком, 2016. 302 с.
8. Акопов А.С. Имитационное моделирование. М.: Юрайт, 2014. 389 с.
9. Исаев Д.В. Моделирование реализации проектов внедрения аналитических информационных систем // Аудит и финансовый анализ. 2014. № 6. С. 416–422.
10. Брейдо А.И., Овсяников В.А. Организация обслуживания железнодорожных устройств автоматики и связи. М.: Транспорт, 1983. 208 с.